

## TAREA 5

### ELEMENTOS DE PROBABILIDAD Y ESTADÍSTICA

**Fecha de entrega:** Martes 24 de Marzo.

#### 1. PROBLEMAS

**Problema 1.** Sea  $X_n$  una variable aleatoria uniforme en  $\{1, \dots, n\}$ .

Muestre que  $X_n/n \rightarrow X$  en distribución.

**Problema 2.** Sea  $X$  una variable aleatoria uniforme en  $[0, 1]$ . Describa la densidad y función de distribución de las variables.

1)  $Y = X^\alpha$ .  $\alpha > 0$ .

2)  $Y = \exp(X)$ .

3)  $Y = \log(X)$

**Problema 3.** Si  $X$  es una variable discreta con valores en el conjunto  $0, 1, 2, \dots$  demuestre que  $E(X) = \sum_{k=1}^{\infty} P(X \geq k)$ . Sugerencia.  $P(X \geq k) = P(X = k) + P(X = k + 1) + P(X = k + 2) + \dots$

**Problema 4.** Decimos que  $m$  es la mediana de la función de distribución  $F$  si  $P(X \geq m) \geq 1/2$  y  $P(X \leq m) \geq 1/2$ . Demuestre que  $m$  siempre existe pero no necesariamente es único.